

DE LA STABILITE DES AERONEFS AVEC AILES EN TANDEM

Une approche théorique et numérique de la stabilité de l'équilibre en vol.

Bernard GUERRAND

10 Avril 2012

Résumé

Parmi les aéronefs à deux plans les plus répandus sont les appareils à ailes en tandem : les avions dits traditionnels des aéroclubs, les canards dont l'aile la plus grande est à l'arrière et les pou-du-ciel. De manière à préciser, quantifier puis comparer les performances de stabilité des aéronefs de chacune de ces catégories, voire d'une catégorie à l'autre, une méthode numérique et systématique est proposée. Cette approche de la stabilité repose sur un calcul de la dérivée du couple de tangage par rapport à l'assiette de l'appareil θ , au voisinage du point d'équilibre. Cette grandeur « $dM/d\theta$ » est comparée aux coefficients habituels tels le rapport des coefficients de portance (kch), le rapport des « volumes de stab » (σ). La note expose la méthode, les applications numériques sur tableur, et les résultats obtenus sur quelques configurations, différentes vitesses, et des conditions de centrage extrêmes. Les résultats permettent d'évaluer la sensibilité au centrage et au profil de ces trois coefficients. Les caractéristiques aérodynamiques des profils sont implicites dans $dM/d\theta$: ce qui explique sans doute pourquoi ce coefficient est le plus efficace pour évaluer l'influence du choix des profils, du centrage et autres données sur la stabilité.

SOMMAIRE

1 - OBJET	3
2 - LIMITES DE L'ETUDE	3
3 - PRINCIPE DES CALCULS	4
4 - ETAPE DE CONSTRUCTION ET DE MISE AU POINT AU SOL	5
4.1 – RELATIONS FONDAMENTALES DE CONSTRUCTION	5
4.2 – MODELISATION DE LA STATIQUE	6
4.2.1 – Données d'entrées étape « SOL »	6
4.2.2 - Equations de la Statique	7
4.2.3 - Données de sorties	7
4.3 - FEUILLE DE CALCUL « SOL »	7
5 - ETAPE DE TESTS EN VOL	8
5.1 - RELATIONS FONDAMENTALES	8
5.1.1- Forces et couples agissant sur l'aéronef en vol	8
5.1.2 - Equilibre du vol	10
5.1.3 - Stabilité du vol	10
5.2 - MODELISATION DE L'AERODYNAMIQUE	12
5.2.1 - Données d'entrée étape « VOL »	12
5.2.2 - Equations de l'Aérodynamique	12
5.2.3 - Données de sorties	15
5.3 - FEUILLE DE CALCUL « VOL »	16
6 - RESULTATS DES CALCULS	17
6.1 - CONFIGURATION POU DU CIEL	18
6.1.1 - TWIN avec deux NACA 23012	18
6.1.2 - TWIN avec deux NACA 23112	19
6.1.3 - TWIN avec deux CLARK Y	20
6.2 - CONFIGURATION AVION	21
7 - SYNTHESE	22
7.1 - QUEL COEFFICIENT CHOISIR ?	22
7.2 - COMPARER LES STABILITES D'UNE CONFIGURATION A L'AUTRE	22
8 - CONCLUSION	23
ANNEXE A – EXEMPLE DE CALCUL « FEUILLE SOL » AVION MENESTREL	24
ANNEXE B - EXEMPLE DE CALCUL « FEUILLE VOL » AVION MENESTREL	25
ANNEXE C – CAS TYPES ETUDIES avec un MENESTREL	26

1 - OBJET

Les aéronefs plus lourds que l'air volent en transmettant à l'air des forces qui permettent, par réaction, de s'opposer à la pesanteur et à d'autres forces résistantes aux mouvements.

Cette transmission peut se faire avec une aile tournante d'hélicoptère, avec une ou plusieurs ailes dites fixes d'avion. Ces avions se retrouvent dans plusieurs catégories :

- les avions de type grand monoplan à l'avant et petit stabilisateur arrière : la plus répandue
- les canards qui ont l'aile la plus grande à l'arrière,
- les pou-du-ciel.
- d'autres à 3, 4... surfaces

La connaissance des propriétés de stabilité de ces aéronefs vient la plupart du temps de l'expérience associée à des calculs de critères simplifiés. Réaliser des comparaisons de stabilité amène alors à ajouter aux incertitudes des essais, des hypothèses incertaines sur le calcul de ces critères.

De manière à réduire ces incertitudes dans l'évaluation des performances de stabilité des appareils de chacune de ces catégories, voire d'une catégorie à l'autre, une méthode numérique et systématique a été développée.

Cette approche traite explicitement de l'équilibre et de la stabilité par calcul du couple de rappel et de sa dérivée selon l'assiette de vol. L'algorithme permet aussi de voir de profil votre avion se mettre de lui-même en ligne de vol.

L'objet de la note est de présenter :

- ✓ les définitions des grandeurs et les relations physiques qui les relient,
- ✓ les lois de l'équilibre et de la stabilité,
- ✓ l'approche numérique : algorithmes et développements des calculs,
- ✓ l'affichage automatique du profil de l'aéronef en équilibre stable
- ✓ les résultats de calculs de stabilité obtenus sur différentes configurations
- ✓ une étude comparative des résultats et des différents coefficients de stabilité.

2 - LIMITES DE L'ETUDE

Ces limites viennent naturellement de mon expérience en tant que constructeur et pilote.

Axe de tangage

Sur l'axe de lacet les conditions d'équilibre et de stabilité sont conditionnées par les surfaces des dérives et aussi par celles du fuselage, ou plutôt par leur projection sur un plan contenant l'axe de lacet et l'axe de roulis...

L'étude présentée ici est limitée à la stabilité en tangage c'est à dire aux conditions nécessaires au rappel en piqué si la perturbation est à cabrer, et inversement. Dans ce domaine, le fuselage est supposé jouer un rôle négligeable par rapport aux surfaces des ailes et des stabilisateurs : c'est pourquoi le fuselage est négligé dans cette étude.

Configuration Pou du Ciel

Les calculs sont réalisés sur la configuration pou du ciel biplace côte à côte dessiné et construit avec deux de mes amis : le « TWIN AIR ». Les ailes de celui-ci sont celles du modèle AIRPLUME n°10 de E.CROSES, tandis que la cellule est entièrement originale et large de 1.15 m au maître couple. L'Airplume a fait son premier vol en 1986, le TWIN AIR en 1997. La maquette au 1/5 de celui-ci a volé en 2002. La géométrie utilisée dans l'étude présentée ici présentera aussi une variante dans la nature des profils.

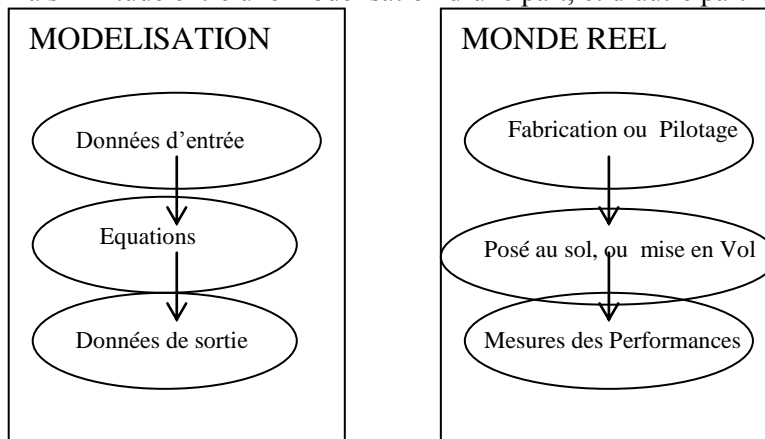
Configuration AVION

Les calculs sont réalisés sur la configuration d'un avion de construction amateur aussi : le MENESTREL biplace HN700 II.

Remarque : C'est une pratique courante que de comparer ce qui n'est pas « égal par ailleurs », par exemple la stabilité de deux voitures de marque différente alors que les capacités de chargement et les domaines d'évolution sont différents. Le résultat de ces comparaisons est à prendre avec précautions. En aéronautique c'est encore plus vrai, du fait du déplacement sur les trois axes, des capacités de maniabilité différentes ou encore plus simplement de la plage de vitesse. De manière à pouvoir comparer les valeurs des coefficients de stabilité, la masse des configurations étudiées est constante ici, pour un domaine de vitesse voisin.

3 - PRINCIPE DES CALCULS

Le principe est fondé sur la similitude entre une modélisation d'une part, et d'autre part la réalité :



Ce principe se développe sur deux étapes par analogie avec ce qui se passe dans la **vie réelle... d'un constructeur.**

Etape au sol

- Fabrication = Le constructeur définit les profils, les envergures et les positions des ailes. Il répartit les masses de façon à obtenir une répartition sur les roues telle que le **centrage au sol** soit satisfaisant. Il doit à ce stade préciser l'axe de vol supposé, le calage des ailes, et donc la « position du Centre de Gravité au sol ».
- Posé au sol = répartition des efforts et des masses, posé de l'aréonef sur des balances,
- Mesures = relevé des grandeurs obtenues, dont la position du Centre de gravité

Etape en Vol

Ensuite, il passe aux essais en vol. Il examine l'équilibre et la stabilité selon les vitesses.

- Pilotage = Ajustement des calages d'aile avec différents essais en vitesse croissante par exemple
- Vol = évaluation de la sensibilité de l'équilibre et de la stabilité selon les calages obtenus
- Mesures = relevé des performances. Il dresse un bilan des essais obtenus, notamment en fonction du **centrage réel en vol**. Noter que ce centrage est lié à la « position du Centre de Gravité au sol ».

Si les performances ne sont pas satisfaisantes, il repart en atelier, étape précédente.

4 - ETAPE DE CONSTRUCTION ET DE MISE AU POINT AU SOL

Cette première étape consiste à construire son appareil, c'est à dire à représenter sur un schéma les positions relatives des ailes par rapport au Centre de Gravité « G ». La géométrie est simplifiée et décomposée dans cette étape.

4.1 – Relations fondamentales de Construction

La structure d'un appareil peut être schématisée par une forme en **U** (ou en **Π**) **rigide** sur laquelle sont positionnées deux (ou trois ailes), avec les ailes supposées montées mobiles sur un axe B, \perp au plan de ces formes et passant par l'extrémité des branches comme illustré à la figure 1.

G est le centre de gravité pré-déterminé en atelier.

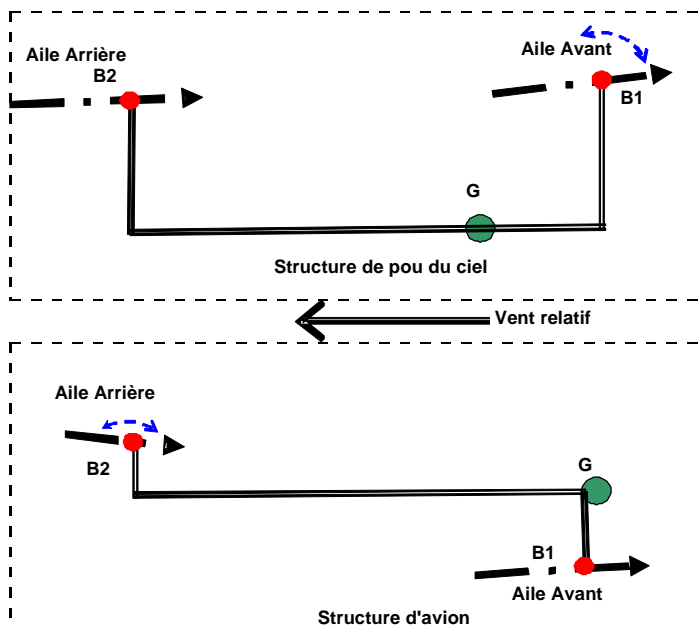


Figure 1 – Schéma de structure

Trièdre et Notations

Un trièdre de structure (G, x, y,z) est défini à partir de G, centre de gravité de l'aéronef, pour situer dans l'espace les objets réels d'une part, et d'autre part les grandeurs physiques destinées à modéliser les phénomènes :

- Axe Gx : horizontal
- Axe Gz : \perp à Gx , vertical et orienté vers le ciel
- Axe Gy : \perp à Gx et Gz

Ainsi chaque aile peut être représentée comme à la figure 2

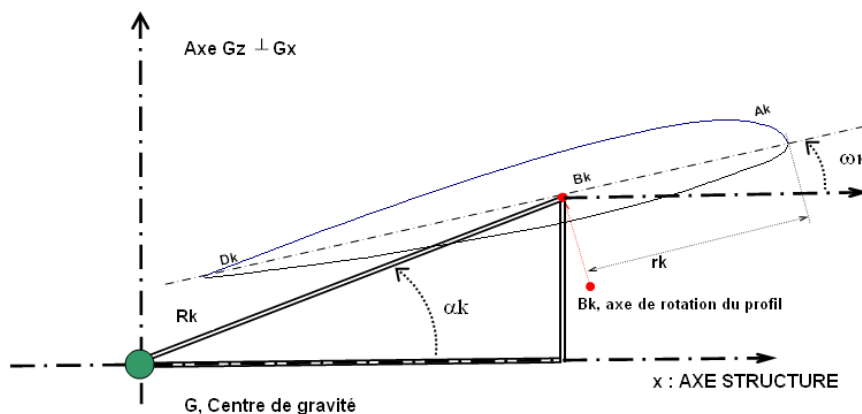


Figure 2 – Vue de profil d'une aile, au sol

4.2 – Modélisation de la Statique

La méthode consiste à définir des données d'entrées et de réaliser les calculs au moyen d'une feuille excel « SOL » qui restitue les données dites de sorties, tout en rappelant toutes les données d'entrée.

4.2.1 – Données d'entrées étape « SOL »

Dans cette étape au sol, les grandeurs sont estimées pour un domaine de vol : limites de vitesse et de stabilité par exemple.

En conséquence, dans cette étape au sol, les incidences sont ajustables et ne pourront être modifiées qu'au sol : le nom des grandeurs comporte un « -s ». Elles pourront être modifiées à la suite des tests en vol, au retour au sol.

Une fois définie la forme - en U par exemple -, l'ensemble de la géométrie peut alors être caractérisé, principalement par des « données d'entrée », comme :

- La distance entre attaches **L** : la différence entre les abscisses des attaches B_i , constante par construction.
- Les distances **ri**, les ordonnées **z(Bi)** illustrées à la figure 2, les surfaces et les cordes d'ailes.

Les **données d'entrées** sont présentées au tableau 1.

Tableau 1 - Grandeurs d'entrée étape « Sol »

NOM	Symbole	Unité
Corde aile avant	C1	m
Corde aile arrière	C2	m
Surface avant	S1	m ²
Surface arrière	S2	m ²
Dist Batt Aile AV - B1	r1	m
Dist Batt Aile AR - B2	r2	m
Distance entre attaches	L	m
Ordonnée B1	z(B1)	m
Ordonnée B2	z(B2)	m

D'autres données d'entrée sont considérées comme des « paramètres d'ajustement » car elles permettent au constructeur d'adapter la géométrie selon des résultats d'essai, comme :

- La position relative du CG par rapport à la distance L, ou « **Centrage au sol selon L** », nommée xL défini par :

$$xL = \frac{x(B1)}{L}$$

Nota : En pratique, le constructeur ajustera les ailes et la répartition des masses pour obtenir la bonne valeur de xL . La variable $x(B1)$ devient alors un résultat de calcul : $x(B1) = L \times xL$, donc une donnée de sortie.

- Chaque aile est par construction ajustable en incidence selon leur angle ω_1, ω_2 ... Ces angles sont ajustables – en général - en atelier pour l'aile avant sur les avions prototypes, et l'aile arrière pour les poux du ciel. Ces angles sont variables en vol pour l'aile arrière sur les avions (« Trim », et pour l'aile avant pour les poux du ciel.

Ces **paramètres d'ajustement** sont présentés au tableau 2.

Tableau 2 – Paramètres d'ajustement en étape « Sol »

NOM	Symbole	Unité
Calage Aile AV au sol	ω_1 s	°
Calage Aile AR au sol	ω_2 s	°
Centrage Sol selon L	xL	sans

4.2.2 - Equations de la Statique

Ces équations de la statique sont limitées ici à la répartition des masses de l'appareil au sol, et caractérisée par le centre de gravité et sa position relative aux ailes. Ces équations sont donc intégrées dans les formules présentées dans ce qui suit.

4.2.3 - Données de sorties

Les données de sorties sont présentées au tableau 3. Les formules de calculs y sont aussi présentées.

Les bords d'attaque et de fuite sont en effet fixés par les coordonnées des attaches B_i , les distances $A_i B_i$ (r_i), et les angles de calage.

Tableau 3 - Grandeurs de sorties étape « SOL »

NOM	Symbole	Unité	Formule
Abscisse bord attaque aile 1	$x(A1)$	m	$x(B1) + r1.\cos(\omega1_s)$
Abscisse bord attaque aile 2	$x(A2)$	m	$x(B2) + r1.\cos(\omega1_s)$
Ordonnée bord attaque aile 1	$z(A1)$	m	$z(B1) + r2.\sin(\omega2_s)$
Ordonnée bord attaque aile 2	$z(A2)$	m	$z(B2) + r2.\sin(\omega2_s)$
Abscisse Attache aile 1 : B1	$x(B1)$	m	$L \cdot x_L$
Abscisse Attache aile 2 : B2	$x(B2)$	m	$x(B1) - L$
Abscisse bord fuite aile 1	$x(D1)$	m	$x(A1) - C1.\cos(\omega1_s)$
Abscisse bord fuite aile 2	$x(D2)$	m	$x(A2) - C2.\cos(\omega2_s)$
Ordonnée bord fuite aile 1	$z(D1)$	m	$z(A1) - C1.\sin(\omega1_s)$
Ordonnée bord fuite aile 2	$z(D2)$	m	$z(A2) - C2.\sin(\omega2_s)$
Entreplan Horizontal Bdf aile 1 vers Batt aile 2	EH	m	$x(D1) - x(A2)$
Entreplan Vertical Bdf aile 1 vers Batt aile 2	EV	m	$z(D1) - z(A2)$
Projection x de Corde totale au Sol	CTs	m	$x(A1) - x(D2)$
Centrage Sol selon Corde Totale	x_s	sans	$x(A1) / CTs$
Centrage Sol Avion selon Aile Avant	x_{avs}	sans	$x(A1) / [x(A1) - x(D1)]$

En particulier, il faut noter la définition de

- Le « **Centrage au sol selon Corde Totale** », notion utilisée sur les poux-du-ciel :

$$x_s = \frac{x(A1)}{CT_s}$$

- Le « **Centrage au sol Avion selon Aile Avant** », notion surtout utilisée sur les avions :

$$x_{avs} = \frac{x(A1)}{x(A1) - x(D1)}$$

Il est courant d'entendre dire « j'ai vérifié le centrage à 25% » ce qui signifie, pour un avion, que le centrage a été réglé et vérifié au sol, c'est à dire que le centre de gravité, prêt au décollage, est à ($x_{avs} =$) 25% en arrière du bord d'attaque de l'aile avant.

4.3 - Feuille de calcul « SOL »

Cette feuille de calcul développée sur tableur explicite toutes les grandeurs et fonctions présentées.

Les données d'entrées sont sur les colonnes de gauche. Les paramètres d'ajustement sont dans l'encart à droite en particulier les calages d'ailes ainsi que le centrage au sol, ajustables par potentiomètre. Il est donc possible d'imposer ce centrage au sol qui se traduit en « **Centrage au sol selon Corde Totale** », et en « **Centrage au sol Avion selon Aile Avant** » selon le besoin.

Nota : pas de stabilité à étudier car ni perturbation ni mouvement sont prévus dans cet état statique

L'Annexe A présente un exemple de feuille de calcul.

5 - ETAPE DE TESTS EN VOL

Dans cette étape apparaît le vent relatif W et l'assiette de l'appareil déterminée par l'angle θ entre l'axe Ox de la structure et la direction de W .

Trièdre et Notations

Le trièdre aérodynamique (G, X, Y, Z) est défini à partir de G , centre de gravité de l'aéronef, pour situer dans l'espace les objets réels et les grandeurs physiques destinées à modéliser les phénomènes :

- Axe de roulis GX : dans le sens de la vitesse relative de l'aéronef, GX est tangent en G à la trajectoire suivie par l'aéronef
- Axe de lacet GZ : \perp à GX et orienté vers la tête du pilote
- Axe de tangage GY : \perp à GX et orienté vers la gauche du pilote

La figure 3 présente une aile dans sa configuration en vol, à partir du schéma de la figure 2. Noter en particulier les relations entre les incidences i de chaque aile, leur calage ω et cette assiette θ :

$$i_k = \omega_k + \theta \quad (5)$$

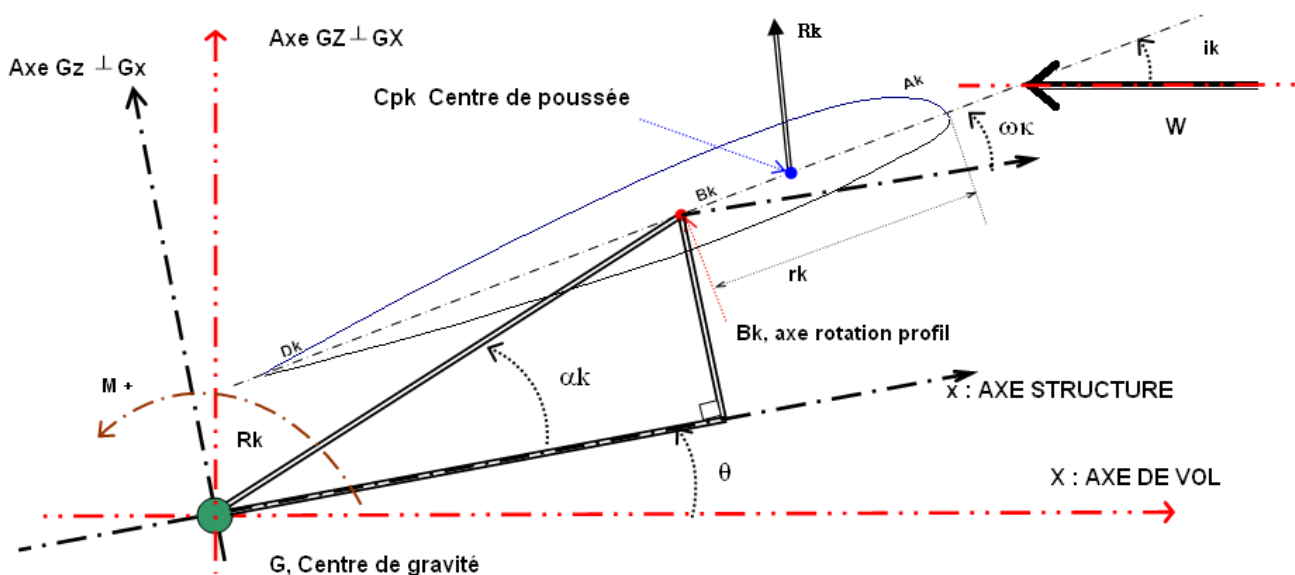


Figure 3 – Vue de profil d'une aile en vol

5.1 - Relations fondamentales

5.1.1- Forces et couples agissant sur l'aéronef en vol

L'aéronef est animé d'un mouvement :

- Parallèlement aux axes du trièdre, selon la résultante des forces supposées appliquées en son centre de gravité G
- Autour des axes du trièdre, selon des couples statiques et aérodynamiques ($M+$ = sens positif)

Etudier l'équilibre, la stabilité et la trajectoire de l'aéronef revient à étudier ces forces et ces couples appliqués en G .

Force d'inertie

\vec{F} est fonction de la masse totale m [kg] de l'aéronef et de l'accélération f .

Hypothèse H511 : Dans la suite, l'axe GX est supposé horizontal et GZ supposé vertical.
Cette force se réduit alors à

$$\vec{F} \begin{cases} F_X = 0 \\ F_Y = 0 \\ F_Z = -mf \end{cases} \quad (511a)$$

Forces Aérodynamiques exercées sur chaque aile

Ces forces \vec{R}_k sont fonction de la masse volumique ρ [kg/m³] de l'air, de la vitesse W [m/s], des surfaces d'ailes (indiquées $k = 1 ; 2$) S_k [m²] et des coefficients de traînée C_x et de portance C_z de leur profil :

$$\vec{R}_k \begin{cases} R_{X_k} = -\frac{1}{2} \rho C_{x_k} W^2 S_k \\ R_{Y_k} = 0 \\ R_{Z_k} = \frac{1}{2} \rho C_{z_k} W^2 S_k \end{cases} \quad (511b)$$

Ces forces s'appliquent aux centres de poussée C_{pk} .

Les coefficients C_X et C_Z sont fonctions des incidences en vol i_k de chacune des ailes, cad de leur calage initial augmenté de l'assiette θ tel que présenté à la **figure 3**.

Force motrice

Elle est fournie par le moteur et s'applique en C_r :

$$\vec{T} \begin{cases} T_X = T_r \\ T_Y = 0 \\ T_Z = 0 \end{cases} \quad (511c)$$

Moment des Forces

\vec{M} est le couple des forces ci-dessus appliquées aux bras de levier correspondant par rapport à G. Sachant que les coordonnées des centres de poussée et centre de traction sont comptées algébriquement :

$$\vec{M} \begin{cases} M_X = 0 \\ M_Y = \frac{1}{2} \rho W^2 \Sigma [S_k (Z_k C_{x_k} + X_k C_{z_k})] - T_r Z_r \\ M_Z = 0 \end{cases} \quad (511d)$$

5.1.2 - Equilibre du vol

La relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\vec{F} + \sum_k \vec{R}_k + \vec{T} = m\vec{\Gamma}$$

et
$$\vec{M} = I\vec{\Omega}$$

où $\vec{\Gamma}$ est l'accélération tangentielle, dérivée de la vitesse
 $\vec{\Omega}$ l'accélération angulaire autour de Gy et I le moment d'inertie

Au point d'équilibre du vol dit « Eq » l'aéronef a une vitesse constante : les accélérations sont nulles et il suit une trajectoire rectiligne uniforme et sachant H511, horizontale :

$$\vec{F} + \sum_k \vec{R}_k + \vec{T} = 0 \quad (512a)$$

$$\vec{M} = 0 \quad (512b)$$

5.1.3 - Stabilité du vol

La stabilité signifie que l'aéronef s'oppose de lui-même aux perturbations.

Les Grandeurs et les critères de stabilité :

Ces grandeurs sont d'autant plus grandes que la stabilité est forte. Comparer le niveau de stabilité d'un aéronef à celui d'un autre, c'est comparer la valeur de ces grandeurs. Il est possible de définir trois grandeurs et les critères de stabilité associés à ces grandeurs. L'objectif est de déterminer quelle sera la meilleure.

□ **Grandeur de stabilité par « $dM/d\theta$, dérivée du moment de tangage »**

Lorsque chaque aile voit son incidence i_k augmenter de $d\theta > 0$, l'aéronef risque de se cabrer davantage et, pour être stable sur l'axe de tangage, le moment des forces M doit le faire piquer, soit $dM < 0$. Inversement, dM doit être > 0 si $d\theta < 0$. L'écriture de cette stabilité se réduit alors à écrire que la dérivée du moment par rapport à l'assiette est négative au point d'équilibre Eq.

$$\left(\frac{dM}{d\theta} < 0 \right)_{Eq} \quad (513a)$$

Hypothèse H513 : la perturbation étudiée étant une variation infinitésimale de l'incidence \cdot , l'inertie de l'aéronef est telle qu'il reste sur la même trajectoire pendant le passage de la perturbation.

Ce qui permet de ne retenir que les modifications des forces aérodynamiques et celles de leur moment. La stabilité du vol ainsi définie amène à calculer la dérivée 1^{ère} du Moment au voisinage de l'équilibre. D'après 511d et 513a, le critère est :

$$\left(\frac{dMy}{d\theta} \right)_{Eq} = \left[\frac{d \left\{ \frac{1}{2} \rho W^2 \Sigma [S_k (Z_k Cx_k + X_k Cz_k)] - T_r Z_r \right\}}{d\theta} \right]_{Eq} \quad (513b)$$

Le critère de stabilité est que cette quantité soit négative.

Remarque R5131 : ce coefficient dépend des bras de levier des forces aérodynamiques par rapport au centre de gravité, et des coefficients aérodynamiques. Par conséquent ce coefficient est **sensible** aux déplacements des centres de poussée et des variations de C_z et C_x selon les vitesses et selon les profils.

□ **Grandeur de stabilité : « k_{ch} , rapport des C_z »**

Cette grandeur est définie par la valeur absolue du rapport entre le coefficient de portance aile avant/aile arrière.

$$k_{ch} = \left| \frac{C_{z1}}{C_{z2}} \right| \quad (513c)$$

Le critère de stabilité est que cette quantité soit supérieure à 1

Remarque R5132 : contrairement à R513a, ce coefficient ne dépend pas des bras de levier des forces aérodynamiques par rapport au centre de gravité. Par conséquent ce coefficient est **insensible** au déplacement des centres de poussée, ni selon les vitesses ni selon les profils.

□ **Grandeur de stabilité : « σ , rapport des volumes de stab »**

Par empirisme, il est commode d'évaluer l'influence du rapport des surfaces avant et arrière sur la stabilité. En effet, toutes les surfaces situées à l'avant du centre de gravité ont tendance à ruiner l'équilibre, que ce soit en tangage, en roulis ou en lacet. Il suffit de lancer une flèche à l'envers pour s'en apercevoir.

Cette grandeur est définie en supposant à l'extrême que les coefficients de portance sont égaux. Elle est donc définie par le rapport entre les « volumes de stab » de l'aile avant et aile arrière :

$$\sigma = \left| \frac{X_2 S_2}{X_1 S_1} \right| \quad (513d)$$

Le critère stabilité est que cette quantité soit supérieure à 1

Remarque R5133 : contrairement à R513a, ce coefficient ne dépend pas des coefficients aérodynamiques. Par conséquent ce coefficient est insensible aux variations des C_z et C_x ni selon les vitesses ni selon les profils.

En examinant ce dernier critère on observe :

SI $\sigma = 1$, il traduit que si $K_{ch} = 1$, le couple de tangage de l'aile avant égal celui de l'aile arrière : ce qui est la définition de l'équilibre mais sa stabilité n'est pas précisée.

Si σ est supérieur à 1, l'équilibre est stable mais la stabilité n'est pas quantifiée pour autant.

Remarque R51334

Par ailleurs dans le cas où Z_r est nul et si l'on néglige le moment des forces de traînée sur le moment des forces de portance, les équations 511d et 512b peuvent se simplifier à l'extrême, notamment:

$$\Sigma [S_k X_k C_{z,k}] = 0$$

d'où :

$$\sigma = k_{ch}$$

Cette dernière remarque explique pourquoi dans la presse il est possible de trouver tantôt 513c tantôt 513d, par oubli des hypothèses, voire par confusion.

5.2 - Modélisation de l'Aérodynamique

5.2.1 - Données d'entrée étape « VOL »

Les **données d'entrées** principales sont présentées au tableau 4

Tableau 4 - Grandeurs d'entrée étape « Vol »

NOM	Symbole	Unité
masse avion	m	kg
masse volumique	ρ_0	kg/m ³
accélération \perp axe de vol	f	m/s ²

D'autres données d'entrée sont considérées comme des « **données de contrôle** » car elles permettent au pilote de modifier les angles d'incidence pour obtenir par exemple une vitesse désirée. Ces données sont présentées au tableau 5.

Tableau 5 - Données de contrôle en étape « Vol »

NOM	Symbole	Unité
Calage Aile Avant en Vol, fixé à ω_{1_s} en avion	ω_{1_v}	°
Calage Aile Ar en Vol, fixé à ω_{2_s} en pou	ω_{2_v}	°

5.2.2 - Equations de l'Aérodynamique

Aérodynamique des ailes

Il faut définir les caractéristiques aérodynamiques des ailes, puis les utiliser dans les calculs d'équilibre et de stabilité. Des feuilles de calcul « Ailes » contiennent les données de profils nécessaires au calcul de **Czk**, **Cxk** et de la position du centre de poussée C_{pk} en fonction de l'incidence i_k . Cette position p_k , relative à la corde est

$$p_k = [B_k C_{pk} / A_k D_k]$$

Généralement, la littérature donne des coefficients simplifiés pour calculer par exemple la position du centre de poussée mais en ajoutant des incertitudes en supposant que p puisse s'exprimer linéairement en fonction de $1/C_z$.

Ici, des polynômes P_k sont calculés à partir des données de références de manière à coller au plus près des résultats de la bibliographie.

$$p = P_k(\text{profil}, i_k)$$

Remarque 5221: Une fois les calages ω effectués en sol, voire en vol, les grandeurs **Czk**, **Cxk** sont des fonctions de l'assiette θ par la relation (5).

Equations à résoudre

Les relations étant posées, ce chapitre présente les équations à résoudre et la méthode de résolution. Ecrivons d'abord l'expression de la pression dynamique :

$$\tilde{P}_o = \frac{1}{2} \rho W^2 \quad (522a)$$

- Les forces à l'équilibre sont d'après 511a,b,c et 512a :

$$\frac{\tilde{T}r}{P_o} - \Sigma[S_k Cx_k] = 0 \quad (522b)$$

$$-\frac{\tilde{m}f}{P_o} + \Sigma[S_k Cz_k] = 0 \quad (522c)$$

- Tandis que le moment nul (512b) se traduit avec (511d) par :

$$\overset{\sim}{\Sigma}[S_k (Z_k Cx_k + X_k Cz_k)] - \frac{T_r Z_r}{P_o} = 0 \quad (522d)$$

Or ρ est fixé par l'environnement, $\{S_k, m, Z_r\}$ sont des paramètres de conception tandis que $\{Z_k, X_k, Cx_k, Cz_k\}$ sont des variables qui dépendent de la conception - les cordes et les profils d'ailes - et aussi des incidences i_1, i_2 elles-mêmes fonction des calages d'ailes et de l'inconnue « assiette θ ».

L'algorithme retenu est décrit ci-dessous.

Au final il y a donc 4 inconnues à déterminer pour résoudre le système de 4 équations (522a,b,c,d) : \mathbf{W}, θ , la traction moteur mini \mathbf{Tr} , et \mathbf{Zr} .

En observant ces 4 équations, il apparaît une nette simplification dans l'ordre des calculs si Z_r est nul.

Hypothèse simplificatrice H522 : La traction moteur est dans l'axe de vol d' où $Z_r = 0$

Pour faciliter la résolution, posons des relations caractéristiques de l'aérodynamique :

$$\tilde{M}^* = \Sigma[S_k (Z_k Cx_k + X_k Cz_k)]$$

$$\tilde{T}^* = \Sigma[S_k Cx_k]$$

$$\tilde{P}^* = \Sigma[S_k Cz_k]$$

Toutes dépendent de la variable θ , par la relation (5).

La résolution revient alors à résoudre successivement les équations suivantes.

La première équation à résoudre vient de (522d) et traduit, comme en vrai ! d'abord l'équilibre :

$$\overset{\sim}{\{M}^*(\theta_e) = 0\} \quad (522e)$$

Elle permet de trouver la valeur de l'angle d'incidence pour lequel l'état d'équilibre « Eq » est atteint lorsque M^* change de signe, pour l'angle d'assiette θ_e . La résolution consiste en une méthode pas à pas (différence finie) ou tabulation systématique sur θ . Dès que M change de signe, θ_e est déterminé par :

$$\overset{\sim}{\{M}^*(\theta_e) \times M^*(\theta_e - d\theta) < 0\} \Rightarrow \theta_e, Eq$$

La seconde équation vient de (522c)

Or, P^* est fonction de l'assiette déterminée par l'équilibre ci-dessus $\theta \cong \theta_e$ (522e), d'où la pression dynamique :

$$\left\{ -\frac{mf}{p_o} + P^* = 0 \right\} \Rightarrow p_o = \frac{mf}{P^*} \quad (522f)$$

La troisième équation vient de (522a), sachant p_o connu par (522f), d'où la vitesse :

$$\left\{ p_o = \frac{1}{2} \rho W^2 \right\} \Rightarrow W = \sqrt{\frac{2p_o}{\rho}} \quad (522g)$$

La dernière équation vient de (522b) et donne la dernière inconnue Tr , traction minimale pour le vol horizontal :

$$\left\{ \frac{Tr}{p_o} - T^* = 0 \right\} \Rightarrow Tr = p_o T^* \quad (522h)$$

Centrage en vol

Comme pour la première étape, sont définis deux types de centrage.

- Le « **Centrage en Vol selon Corde Totale** », notion utilisée sur les poux-du-ciel :

$$X_v = \frac{X(A1)}{CT_v}$$

- Le « **Centrage en Vol Avion selon Aile Avant** », notion utilisée sur les avions :

$$X_{av} = \frac{X(A1)}{X(A1) - X(D1)}$$

En pratique, le constructeur calcule une incidence de vol, puis place les masses pour obtenir la bonne position de G en supposant en première approximation i_1 et i_2 petits d'où $CT \# x_1 - x_2$. Ce qui permet de fixer les réservoirs, le moteur et autres masses en première approximation. Puis viennent les essais...l'étude suppose ici le même raisonnement avec l'étape précédente « SOL ».

5.2.3 - Données de sorties

Les données de sorties sont présentées au tableau 6. Les formules de calculs y sont aussi présentées.

Tableau 6 - Grandeurs de sorties étape « Vol »

Nom	Symbole	Formule	Unité	Remarque
Projection X de Corde totale en VOL	CTv	$X(A1) - X(D2)$	m	
Centrage selon Corde Totale en Vol	Xv	$X(A1) / CTv$	sans	
Centrage Avion selon Aile Avant en VOL	Xav	$X(A1) / [X(A1) - X (D1)]$	sans	
profil aile avant	profil 1	Naca_43013	sans	Le profil est défini dans Feuille Aile AV
profil aile arrière	profil 2	Symétrique	sans	Le profil est défini dans Feuille Aile AR
Asiette de Vol	Θ eq	Automatique, selon $\theta = -20$ à $+20$ par pas de 0,01	°	Calcul systématique
Incidence AV	i1	$\omega_{1_v} + \Theta$ eq	°	ω_{1_v} est paramétré en avion par ω_{1_s} , variable en pou
Incidence AR	i2	$\omega_{2_v} + \Theta$ eq	°	ω_{2_v} est variable en avion, paramétré en pou par ω_{2_s}
interinclinaison i2-i1	δ	$\delta = i1 - i2$	°	utilisé en pou du ciel
Force d'inertie	Fz	m f	N	Sans le signe -
pression dynamique	po	$m f / P^*$	N/m2	
Traction motrice de vol	Tr	po T^*	N	
Vent relatif	W	$3,6 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_0}$	km/h	
Nombre de Reynolds calculé avec W en m/s	Re	$W C1/v$	sans	
Coefficient de portance aile avant	Cz1	polynôme Cz (profil 1, i1)	sans	Selon feuille « AILE AV »
Coefficient de traînée aile avant	Cx1	polynôme Cx (profil 1, i1)	sans	Selon feuille « AILE AV »
Coefficient de portance aile arrière	Cz2	polynôme Cz (profil 1, i2)	sans	Selon feuille « AILE AR »
Coefficient de traînée aile arrière	Cx2	polynôme Cx (profil 1, i2)	sans	Selon feuille « AILE AR »
Abscisse du Centre de poussée Cp1	X1	$x1 - p1 C1 \cos(\pi i1 /180)$	m	
Ordonnée du Centre de poussée Cp1	Z1	$z1 - p1 C1 \sin(\pi i1 /180)$	m	
Abscisse du Centre de poussée Cp2	X2	$x2 - p2 C2 \cos(\pi i2 /180)$	m	
Ordonnée du Centre de poussée Cp2	Z2	$z2 - p2 C2 \sin(\pi i2 /180)$	m	
Sigma	σ	$ -X_2 S_2 / X_1 S_1 $	sans	
Coefficient de Charge	k ch	$ Cz_1 / Cz_2 $	sans	
Dérivée du moment de tangage M	dM/d θ	po $dM^*/d\theta$	N.m / °	
Moment à l'équilibre	M	po M^*	N.m	

5.3 - Feuille de calcul « VOL »

De la même manière que pour la feuille « SOL », les données sont présentées dans le tableau à gauche, la plupart sont des données d'entrée dites aussi de « construction ». Les seules variables à adapter en vol, sont les « données de contrôles » présentées au tableau 5. Comme en vrai il ne reste donc plus pour le pilote que l'action à piquer ou cabrer, qui modifie l'incidence en vol de l'aile avant pour un pou du ciel, ou de l'aile arrière pour un avion. Ici aussi un potentiomètre linéaire permet de régler cette incidence. Par simplification dans ce modèle, le constructeur peut aussi ajuster le calage de l'aile dite « fixe » (trim aile arrière en pou du ciel, plus rare sur aile avant de l'avion).

Pour chaque donnée de cet angle, l'avion se met en équilibre stable tout seul et cette feuille affiche notamment :

- l'assiette de vol
- la vitesse de vol et la traction nécessaire au vol. Ces résultats permettent donc de calculer la puissance motrice produit de la force par une vitesse, que le pilote doit afficher dans la commande du moteur pour assurer ce vol.
- et bien entendu les résultats en termes de stabilité à l'équilibre

Les données de sorties sont extraites de la feuille « VOL » qui retourne notamment les (T^* , P^* , M^* , $dM^*/d\theta$).

Un tableau de calculs est inséré dans cette feuille, avec pour chaque ligne une incrémentation $d\theta$ de l'angle d'assiette

Equil ?	θ	i1	i2	p1	p2	Cz1	Cz2	Cx1	Cx2	M*
NEQ	0,28	5,13	1,03	26,94%	25,66%	59,24%	5,30%	4,29%	1,98%	0,00369
NEQ	0,29	5,14	1,04	26,93%	25,66%	59,30%	5,35%	4,30%	1,98%	0,00132
EQ	0,3	5,15	1,05	26,93%	25,66%	59,36%	5,40%	4,31%	1,98%	-0,00104
NEQ	0,31	5,16	1,06	26,93%	25,66%	59,42%	5,45%	4,31%	1,98%	-0,00340
NEQ	0,32	5,17	1,07	26,93%	25,66%	59,48%	5,50%	4,32%	1,98%	-0,00576

L'équilibre est obtenu lorsque M^* est nul, mais physiquement ce n'est pas possible : l'équilibre est obtenu lorsque M^* change de signe. Pour avoir assez de précision, la valeur de l'incrément est choisi assez petite.

La ligne de calcul où M^* change de signe correspond à « θ_{eq} », et la dérivée de M^* est calculée, selon une méthode des différences finies, dans cette feuille « calculs » par :

$$\left[\frac{dM^*}{d\theta} \right]_{Eq} = \frac{M^*(\theta_{eq}) - M^*(\theta_{eq} - d\theta)}{d\theta}$$

Puis, d'après la définition de M^* , le coefficient dM/di est :

$$\left(\frac{dMy}{d\theta} \right)_{Eq} = p_0 \left[\frac{dM^*}{d\theta} \right]_{Eq}$$

L'Annexe B présente un exemple de feuille de calcul.

Pour valider les calculs il faut utiliser :

- les graphiques : pour comparer la validité des points calculés par le polynôme avec les données de profils. Ceci permet d'écartier les solutions où les données calculées sont hors du domaine de référence, par exemple un centre de poussée calculée à 100% de la corde ou un Cz calculé pour une incidence se trouvant en dehors de l'intervalle d'incidence du tableau de données de référence.
- le nombre de Reynolds « Re » calculé : il permet d'évaluer l'incertitude sur les calculs. Si le Re est trop écarté du Reynolds de référence porté dans ces feuilles, il faudra inclure une correction ou copier des données de référence plus proches des conditions de vol calculées.

6 - RESULTATS DES CALCULS

Le tableau 7 présente le plan d'expérience des (24) cas étudiés.

Pour la suite, le terme « centrage » signifiera le centrage déterminé au sol, comme en vrai, car tous les pilotes le vérifie avant le roulage avec :

CLAV correspond à un centrage plutôt très en avant.

CLAR correspond à un centrage plutôt très en arrière.

Tableau 7 – Typologie des cas étudiés

CENTRAGE	profil 1	profil 2	W	Bi_23012	Bi_23112	Bi_Clarky	Men
CLAR	Nac43013	Symétrique	100				1
			140				1
			160				1
	23012	23012	80	1			
			100	1			
			140	1			
	23112	23112	80		1		
			100		1		
			140		1		
	CLARKY	CLARKY	80				1
			100				1
			140				1
CLAV	Nac43013	Symétrique	100				1
			140				1
			160				1
	23012	23012	80	1			
			100	1			
			140	1			
	23112	23112	80		1		
			100		1		
			140		1		
	CLARKY	CLARKY	80				1
			100				1
			140				1

6.1 - Configuration Pou du Ciel

6.1.1 - TWIN avec deux NACA 23012

	xs	Xv	W	- dM/d Θ	k ch	sig
CLAV	24,9%	24,8%	80	57	2,3	2,7
	24,9%	26,0%	100	52	2,2	2,5
	24,9%	26,6%	120	49	2,2	2,4
	24,9%	27,0%	141	47	2,2	2,3
CLAR	29,8%	29,1%	80	40	1,7	1,9
	29,8%	30,4%	100	35	1,6	1,8
	29,8%	31,0%	120	32	1,6	1,7
	29,8%	31,5%	141	29	1,5	1,6

Sensibilité au centrage : pour une vitesse donnée, lorsque le centrage au sol ou en vol avance, les trois grandeurs sig, kch et -dM/di augmente au minimum de 30%. C'est une observation classique

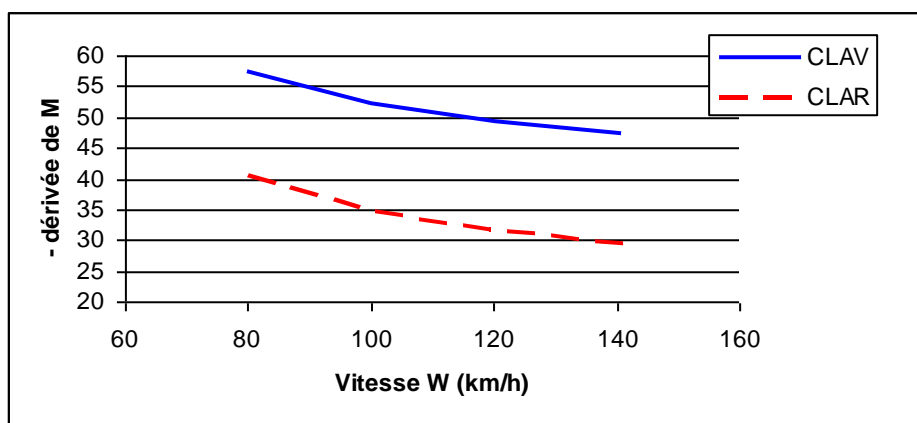
Sensibilité à la vitesse : pour un **centrage au sol** donné, lorsque W passe de 80 à 140 km/h, kch varie peu, sig baisse un peu, contrairement à -dm/di qui **baisse sensiblement**

Il faut remarquer aussi **la variabilité du centrage en vol avec la vitesse** :

- Xv passe de 24,8 à 31,5%, quand le centrage au sol passe de 24,9 à 29,8%
- Xv augmente, cad que le **centrage en vol recule** lorsque la vitesse augmente.

En définitive, pour cette configuration de tandem à deux profils 23012 :

- lorsque le **centrage au sol** avance les trois grandeurs sig, kch et -dM/di augmentent et confirment l'amélioration de la stabilité, ce qui bien connu par la plupart des amateurs.
- lorsque la vitesse augmente -dM/d θ baisse et révèle une **baisse sensible** de la stabilité, ceci est conforme à ce qui a déjà été observée (notamment¹ sur la maquette 1/5). Ceci est **associé ici au recul du centrage en vol**



¹ avec passage sur le dos à grande vitesse, pas grave pour le pilote en mousse

6.1.2 - TWIN avec deux NACA 23112

	xs	Xv	W	- dM/dθ	k ch	sig
CLAV	25,3%	24,9%	80	58	2,2	2,5
	25,3%	26,1%	100	48	2,0	2,2
	25,3%	26,7%	120	44	1,9	2,1
	25,3%	27,1%	140	41	1,8	2,0
CLAR	29,9%	28,8%	80	42	1,6	1,8
	29,9%	30,1%	100	32	1,5	1,6
	29,9%	30,9%	120	27	1,4	1,5
	29,9%	31,3%	140	24	1,3	1,5

Sensibilité au centrage : pour une vitesse donnée, lorsque le centrage au sol ou en vol avance, les 3 grandeurs de stabilité augmentent. C'est une observation classique

Sensibilité à la vitesse : pour un **centrage au sol** donné, lorsque W passe de 80 à 140 km/h, sig, kch et -dm/di **baissent**.

Il faut remarquer aussi **la variabilité du centrage en vol avec la vitesse :**

- Xv passe de 24,9 à 31,3 %, quand le centrage au sol passe de 25,3 à 29,9%
- Xv augmente, cad que le centrage **en vol recule** lorsque la vitesse augmente.

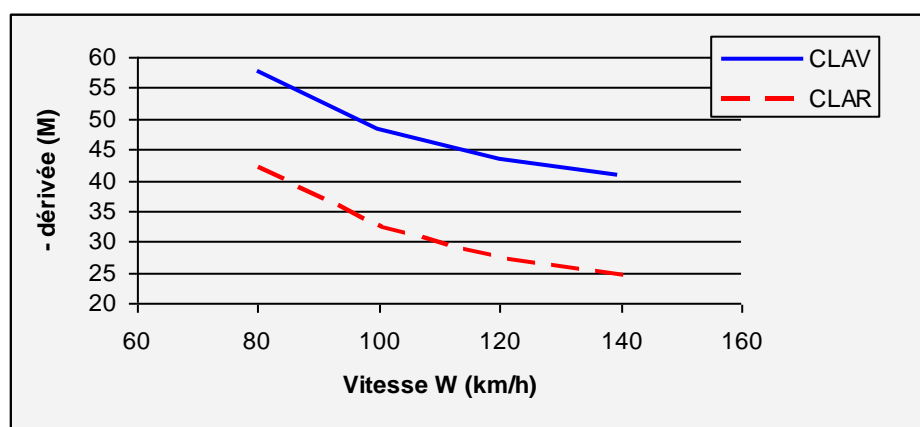
En définitive, pour cette configuration de tandem à deux profils 23112 dit « profil stable » :

- lorsque le **centrage au sol** avance les trois grandeurs sig, kch et -dM/dθ augmentent et confirment l'amélioration de la stabilité, ce qui bien connu par la plupart des amateurs.
- lorsque la vitesse augmente les trois grandeurs sig, kch et -dM/dθ baissent et révèlent une **baisse sensible** de la stabilité, ceci est conforme à ce qui a déjà été observée (notamment sur la maquette 1/5)

Ces conclusions sont déjà connues de l'expérience réelle, mais ici la baisse de la stabilité avec l'augmentation de vitesse est **plus forte**, en centrage arrière, qu'avec les profils 23012.

Ce profil dit stable n'améliore pas la stabilité par rapport à un 23012, pour les grandes vitesses et en centrage arrière.

La figure suivante présente de façon synthétique les données de sorties :



6.1.3 - TWIN avec deux CLARK Y

	<u>xs</u>	<u>Xv</u>	<u>W</u>	<u>- dM/dθ</u>	<u>k ch</u>	<u>sig</u>
CLAV	25,0%	24,3%	80	56	3,3	4,3
	25,0%	25,6%	100	63	3,6	4,5
	25,0%	26,1%	120	64	3,7	4,5
	25,0%	26,4%	140	64	3,7	4,5
CLAR	29,8%	28,6%	80	44	2,4	2,9
	29,8%	29,9%	100	49	2,5	2,9
	29,8%	30,6%	120	49	2,5	2,9
	29,8%	30,9%	140	48	2,5	2,8

Sensibilité au centrage : pour une vitesse donnée, lorsque le centrage avance, les 3 grandeurs de stabilité augmentent, et fortement pour la dérivée.

Sensibilité à la vitesse : pour un **centrage au sol donné**, lorsque W passe de 80 à 140 km/h, kch et -dM/dθ **augmentent**.

Il faut remarquer aussi **la variabilité du centrage en vol avec la vitesse** :

- Xv passe de 24,3 à 30,9 %, quand le centrage au sol passe de 25,0 à 29,8%
- Xv augmente, cad que le centrage **en vol recule** lorsque la vitesse augmente.

En définitive, pour cette configuration de tandem à deux profils CLARK Y

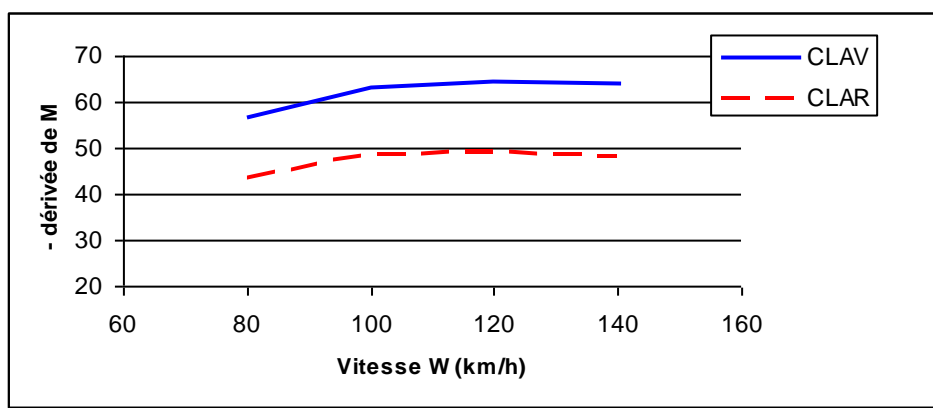
- lorsque le centrage avance les trois grandeurs sig, kch et -dM/dθ augmentent et confirment l'amélioration de la stabilité,
- lorsque la vitesse augmente kch et -dM/dθ augmentent et révèlent une amélioration de la stabilité, et ce **malgré le recul du centrage en vol**.

Cette conclusion est l'une des plus stupéfiantes pour ce profil clark Y qui permet **d'améliorer la stabilité par rapport aux profils NACA 23012, 23112** :

- **lorsque la vitesse augmente la dérivée -dM/dθ** (et aussi kch) **augmente** seulement avec ce CLARKY
- **le minimum de la dérivée -dM/dθ** (44 ; en CLAR et 80km/h) est supérieure à celui du 23012 (29 ; en CLAR et 140 km/h) et à celui du 23112 (24 ; CLAR et 140 km/h)

Ceci semble moins bien connu du fait que le Clark Y n'est pas utilisé en pou du ciel.

La figure suivante présente de façon synthétique les données de sorties :



6.2 - Configuration AVION

Menestrel

L'annexe C présente les données des feuilles SOL et VOL pour les cas étudiés.

	xavs	Xav	W	-dM/dQ	k ch	sig
CLAV	22,0%	25,4%	100	105	14,1	101,1
	22,0%	21,7%	140	257	6,5	8,5
	22,0%	20,9%	160	349	5,8	7,0
CLAR	28,2%	31,5%	100	84	15,4	8,0
	28,2%	27,8%	140	214	51,7	58,3
	28,2%	26,9%	160	292	26,5	136,7

Sensibilité au centrage : pour une vitesse donnée, lorsque le centrage sol avance de 28% à 22% , -dM/di et sig augmentent.

Sensibilité à la vitesse : pour un **centrage au sol donné**, lorsque W augmente de 100 à 160 km/h, sig et kch baissent avec la vitesse en CLAV mais augmentent en CLAR, tandis que -dm/di augmente au moins d'un facteur 2.

Il faut remarquer aussi la **grande variabilité du centrage en vol** :

- Xav passe de 20 à 32 %, quand le centrage au sol passe de 22 à 28%
- Xav diminue, cad que le **centrage avance, lorsque la vitesse augmente**,

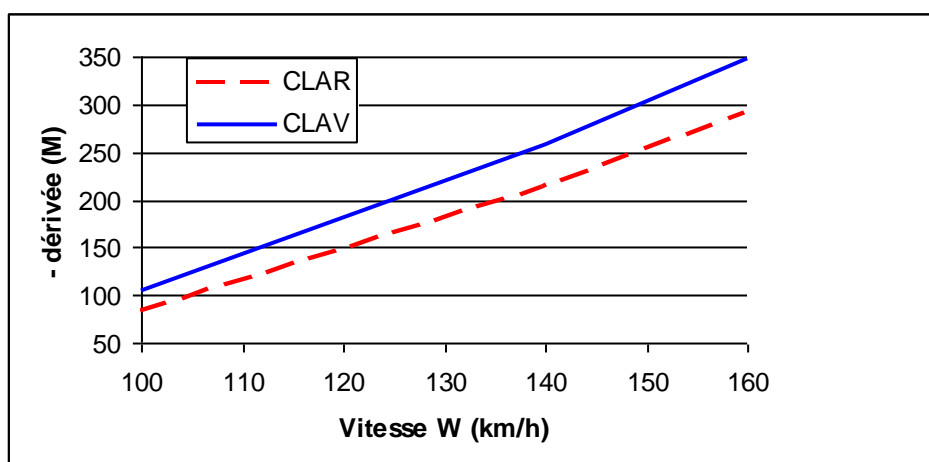
En définitive, pour cette configuration avion

- lorsque le centrage avance, la **stabilité** (-dM/dθ) augmente ce qui est bien connu.
- lorsque la vitesse augmente L'avion voit sa **stabilité** (-dM/dθ) **augmenter avec la vitesse contrairement aux poux du ciel équipés de profils 23012 ou 23112**. Ces conclusions sont déjà connues de l'expérience réelle.

Les autres coefficients ne permettent pas d'apprécier la tendance à l'amélioration de la stabilité.

De plus, la valeur absolue de la dérivée « -dM/dθ » **est relativement plus forte qu'avec un pou du ciel**.

La figure suivante présente de façon synthétique les données de sorties :



7 - SYNTHÈSE

7.1 - Quel coefficient choisir ?

D'après les résultats précédents, « $-dM/d\theta$ »

- est le coefficient le plus sensible aux variations de vitesse et de centrage
- augmente lorsque le centrage avance, cas bien connu.

De plus ce mode de calcul de la stabilité est le seul qui prenne en compte l'influence des incidences :

- sur la position des centres de poussée, alors que kch n'y est pas sensible
- et sur les coefficients de portance, alors que sig n'y est pas sensible

En conséquence, le **calcul de $dM/d\theta$ est le plus efficace** pour évaluer la stabilité dans la mesure où :

- il est sensible à des variables communes aux deux autres coefficients,
- les différentes fonctions $Cz(\alpha)$, $Cx(\alpha)$ et $p(\alpha)$ sont connues avec des précisions correctes

7.2 - Comparer les stabilités d'une configuration à l'autre

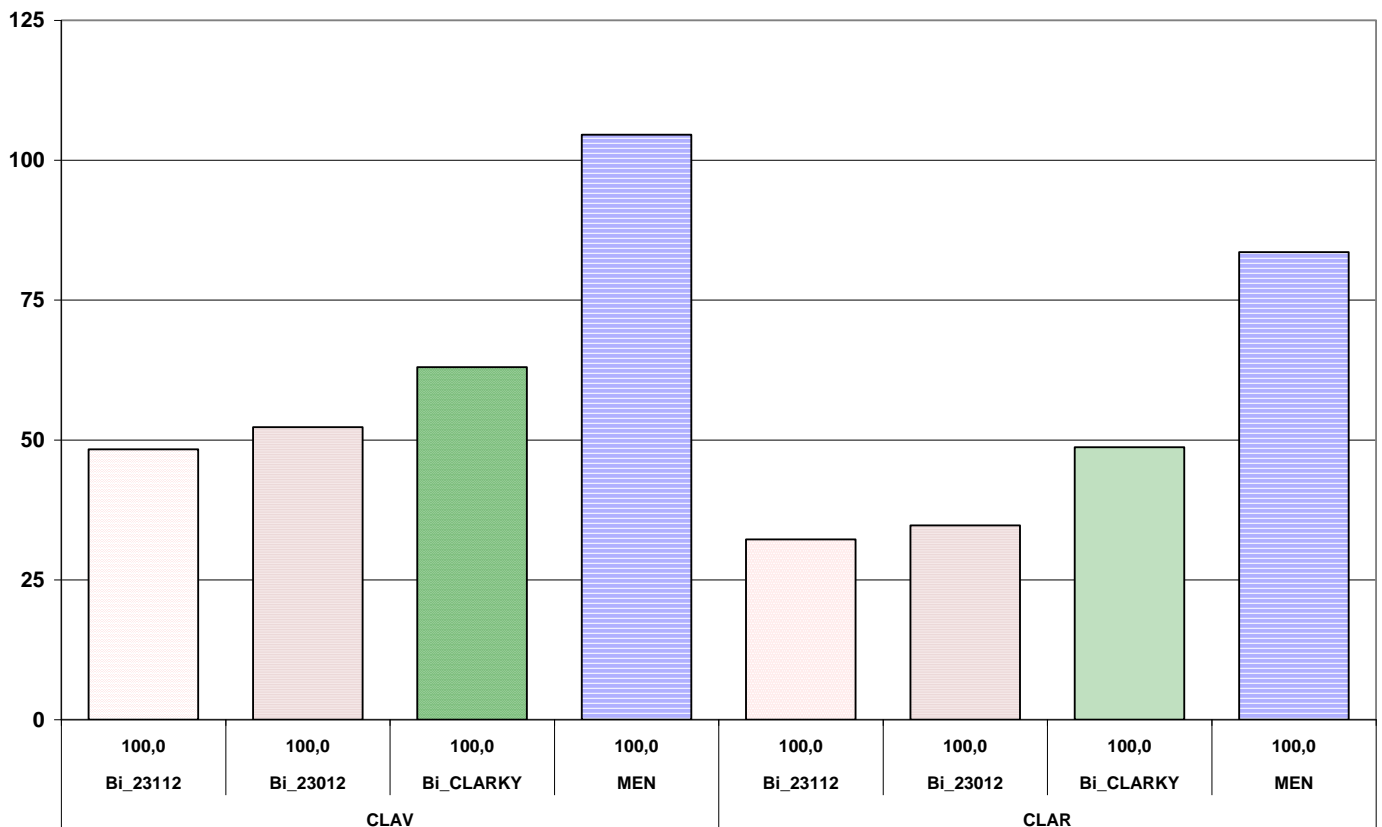
Le graphique suivant présente à 100 km/h les stabilités ($-dM/d\theta$) des configurations pou-du-ciel d'une part et avion d'autre part, et à l'intérieur de la configuration pou, celles des trois modèles.

En centrage limite avant ou arrière, l'avion reste toujours le plus stable par rapport aux trois modèles de pou-du-ciel, avec une dérivée du moment de tangage la plus forte (en valeur absolue) de plus de 30%.

Lorsque le centrage recule, la stabilité diminue toujours, ce qui est bien connu, mais moins en avion, avec :

- baisse de plus de 30% en pou-du-ciel et 23x12
- baisse de 23% en pou-du-ciel et Clark Y
- baisse de 20% en Menestrel

Enfin, coté profils d'ailes, en pou-du-ciel, la stabilité est croissante de à TWIN 23112, TWIN 23012 puis à TWIN ClarkY comme déjà présenté au § 6.1.



8 - CONCLUSION

De manière à réduire les incertitudes dans l'évaluation des performances de stabilité des aéronefs une méthode numérique et systématique a été développée : elle consiste à calculer la dérivée du couple par rapport à l'assiette au voisinage du point d'équilibre.

La voie classique du développement des fonctions de manière « analytique » n'est conservée que pour les caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes $C_z(\alpha)$, $C_x(\alpha)$ et $p(\alpha)$, le reste du calcul est différentiel de type « aux différences finies ». Cette méthode numérique a été développée sur tableur EXCEL :

- point d'équilibre obtenu par calcul systématique du couple de tangage M pour des assiettes θ variant à petit pas
- calcul de dérivée du couple de tangage par rapport à l'assiette, au voisinage de ce point d'équilibre.

Une configuration pou du ciel avec 3 variantes de profils et une configuration avion ont été examinées pour 3 vitesses, et des conditions de centrage extrêmes.

Les résultats obtenus ont permis de comparer la dérivée du couple de tangage « $dM/d\theta$ » avec d'autres coefficients de stabilité classiques comme le rapport des charges alaires (kch) et le rapport des « volumes de stab » (σ). Ces deux coefficients ne permettent pas d'apprécier dans tous les cas la tendance à l'amélioration de la stabilité, tandis que dM/dI permettra à un constructeur amateur de comparer efficacement l'influence sur la stabilité du changement de profil de l'aile arrière par exemple. Ainsi, les valeurs de « $-dM/d\theta$ » montrent, avec les hypothèses retenues, que :

- ✓ Pour le pou du ciel la stabilité est croissante avec deux ailes passant respectivement du profil NACA 23112, au NACA 23012 puis au clarkY quel que soit le centrage ou la vitesse. Le Clark Y permet en outre d'augmenter la stabilité lorsque la vitesse augmente, contrairement aux 2 NACA,
- ✓ En centrage arrière, l'avion examiné ici reste le plus stable.

Les caractéristiques aérodynamiques des profils sont implicites dans $dM/d\theta$: ce qui explique sans doute pourquoi ce coefficient est le plus efficace pour évaluer l'influence du choix des profils, du centrage et autres données sur la stabilité

Ces résultats sont à retenir avec leurs hypothèses, notamment : la traînée du fuselage n'est pas prise en compte et les deux ailes sont rigidement fixées au fuselage, avec la possibilité d'ajuster leur calage au sol et en vol.

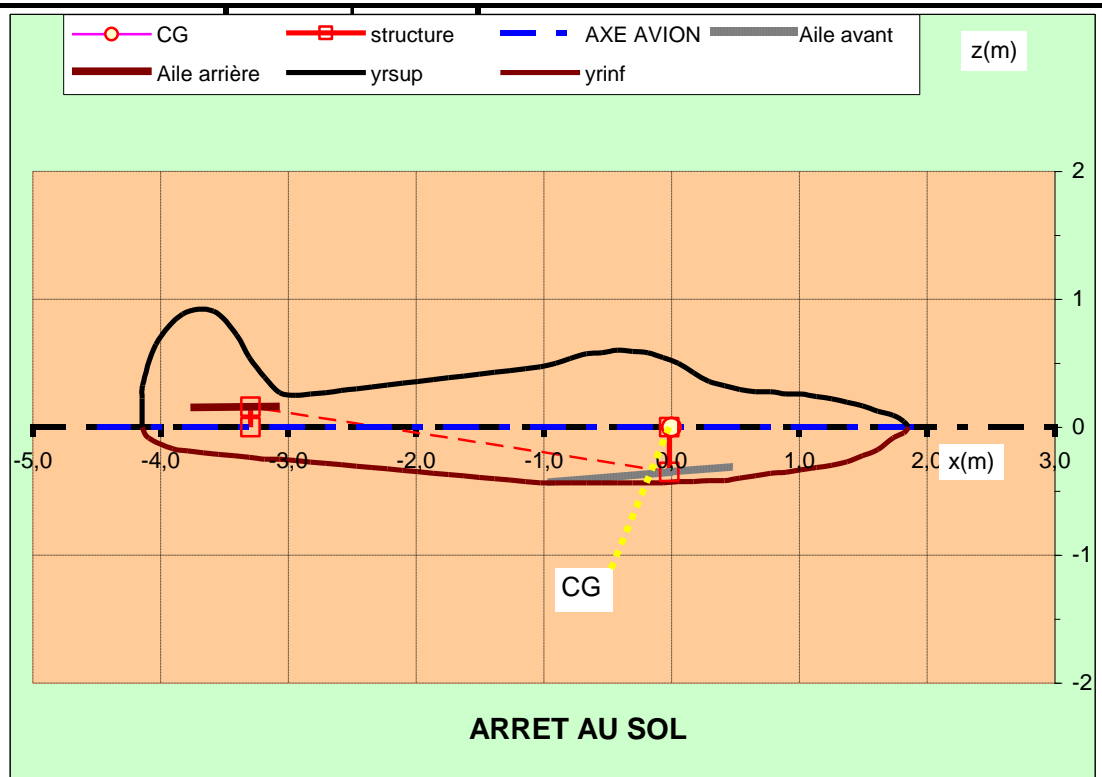
En conclusion, la méthode a permis de mettre en évidence que le calcul de dM/dI est la méthode la plus efficace pour évaluer la stabilité dans la mesure où :

- $dM/d\theta$ est sensible à des variables communes aux deux autres coefficients (rapport des charges alaires kch , et rapport des « volumes de stab » σ)
- les différentes fonctions $C_z(\alpha)$, $C_x(\alpha)$ et $p(\alpha)$ sont connues avec des précisions correctes

Par ailleurs, cette étude a révélé que la notion de centrage doit être manipulée avec précautions. En effet le « **centrage au sol** », est imposé en pratique courante par construction et chargement de l'aéronef avant le décollage, mais en fonctions de différentes variables statiques et de variables aérodynamiques, le « **centrage en vol** » peut être sensiblement différent. **En pou du ciel**, pour un centrage au sol donné, le **centrage en vol recule toujours lorsque la vitesse augmente**, phénomène non observé dans l'avion. Cette notion de centrage en vol permet alors d'interpréter et de comprendre les phénomènes d'instabilité dits de la « flèche inversée » qui peuvent apparaître lorsque la vitesse augmente avec les pou-du-ciel.

ANNEXE A – EXEMPLE DE CALCUL « FEUILLE SOL » AVION MENESTREL

NOM	Symbole	Valeur	Unité
Corde aile avant	C1	1,4	m
Corde aile arrière	C2	0,7	m
Surface avant	S1	9,80	m ²
Surface arrière	S2	1,80	m ²
Dist Batt Aile AV - B1	r1	0,47	m
Dist Batt Aile AR - B2	r2	0,23	m
Distance entre attaches	L	3,28	m
Ordonnée B1	z(B1)	-0,35	m
Ordonnée B2	z(B2)	0,16	m
Abscisse bord attaque aile 1	x(A1)	0,45	m
Abscisse bord attaque aile 2	x(A2)	-3,07	m
Ordonnée bord attaque aile 1	z(A1)	-0,31	m
Ordonnée bord attaque aile 2	z(A2)	0,16	m
Abscisse Attache AAV B1	x(B1)	-0,02	m
Abscisse Attache AAR B2	x(B2)	-3,30	m
Abscisse bord fuite aile 1	x(D1)	-0,94	m
Abscisse bord fuite aile 2	x(D2)	-3,77	m
Ordonnée bord fuite aile 1	z(D1)	-0,43	m
Ordonnée bord fuite aile 2	Z(D2)	0,15	m
Calage Aile AV au sol	$\omega1_s$	5,00	°
Calage Aile AR au sol	$\omega2_s$	0,75	°
Entreplan Horizontal Bdf aile 1 vers Batt aile 2	EH	2,12	m
Entreplan Vertical Bdf aile 1 vers Batt aile 2	EV	-0,59	m
Projection x de Corde totale au Sol	CTs	4,218	m
Centrage Sol selon L	xL	-0,5%	sans
Centrage Sol selon Corde Totale	xs	10,7%	sans
Centrage Sol Avion selon Aile Avant	xavs	32,4%	sans



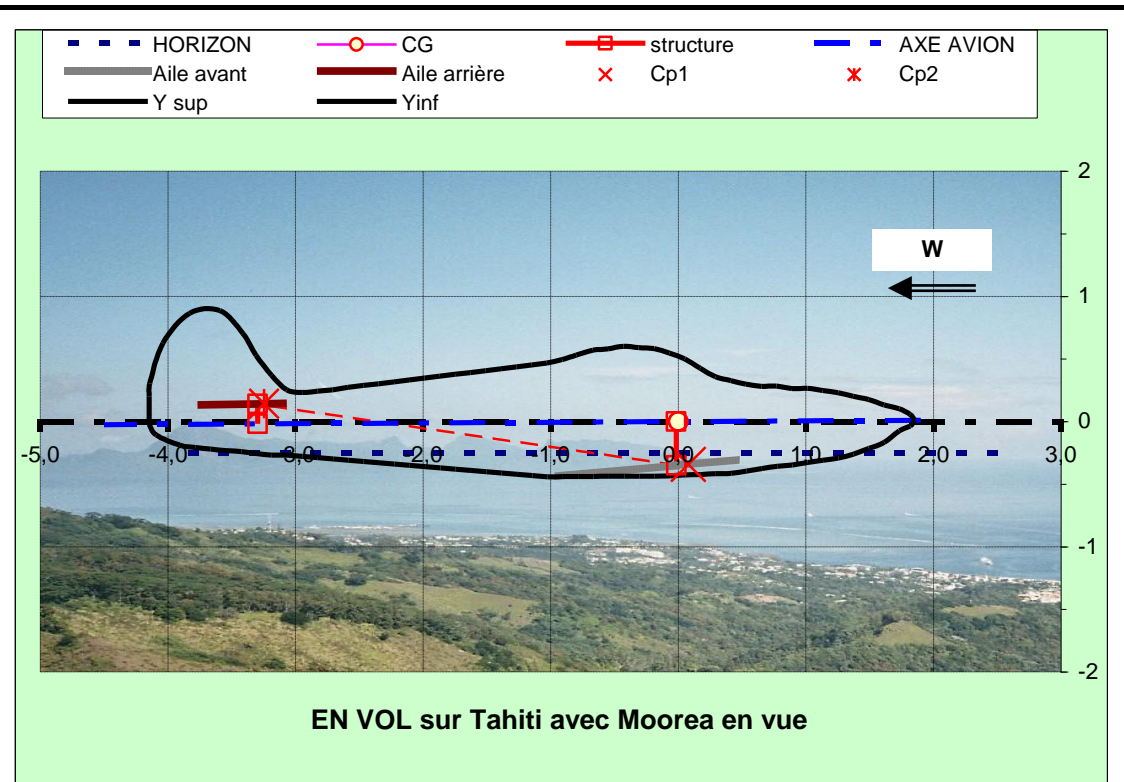
ARRET AU SOL

Aile en piqué	$\omega2_s$	$\omega1_s$	Position CG AU SOL	
	0,75	5,00	xs	10,7%
Aile en cabré	<input type="button" value="▲"/>	<input type="button" value="▲"/>	xavs	32,40%
	<input type="button" value="▼"/>	<input type="button" value="▼"/>	<input type="range" value="10,7%"/>	
	AR	AV		

DEFINITION DE LA STRUCTURE

ANNEXE B - EXEMPLE DE CALCUL « FEUILLE VOL » AVION MENESTREL

NOM	Symbole	Valeur	Unité
Projection X de Corde totale en VOL	CTv	4,221	m
Centrage selon Corde Totale en Vol	Xv	10,7%	sans
Centrage Avion selon Aile Avant en VOL	Xav	32,5%	sans
profil aile avant	profil 1	Naca_43013	sans
profil aile arrière	profil 2	Symétrique	sans
Asiette de Vol	Θ_{eq}	0,3	°
Calage Aile Avant en Vol	ω_{1_v}	5,00	°
Calage Aile Ar en Vol	ω_{2_v}	0,75	
Incidence AV	i1	5,3	°
Incidence AR	i2	1,1	°
interinclinaison i2-i1	δ	4,3	°
masse avion	m	400,00	kg
masse volumique	ρ_0	1,00	kg/m3
accélération \perp axe de vol	f	9,81	m/s2
Force d'inertie = mf	mf	3924,00	N
pression dynamique	po	652	N/m2
Traction motrice de vol	Tr	306	N
Vent relatif	W	130,0	km/h
Nombre de reynolds	Re	3 512 128	sans
Coefficient de portance aile avant	Cz1	60,4%	sans
Coefficient de portance aile arrière	Cz2	5,5%	sans
Coefficient de traînée aile avant	Cx1	4,4%	sans
Coefficient de traînée aile arrière	Cx2	2,0%	sans
Sigma (S2 Xp2 / S1 Xp1)	sig	7,6	sans
Coefficient de Charge (Cz1 / Cz2)	k ch	11,0	sans
Dérivée du moment de tangage M	dM/d Θ	-154	N/°
Moment à l'équilibre	M	-0,00111	N



	ω_{2_v}	ω_{1_v}	Position CG en VOL	
	0,75	5,00	Xv	10,75%
Aile en piqué	▲	▲	Xav	32,54%
Aile en cabré	▼	▼		
	AR	AV		

RESULTAT EN VOL

ANNEXE C – CAS TYPES ETUDIÉS avec un MENESTREL

Feuille	NOM	Symbole	Unité	Valeur	Valeur	Valeur	Valeur	Valeur	Valeur
SOL	Corde aile avant	C1	m	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
SOL	Corde aile arrière	C2	m	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
SOL	Surface avant	S1	m2	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80	9,80
SOL	Surface arrière	S2	m2	1,80	1,80	1,80	1,80	1,80	1,80
SOL	Dist Batt Aile AV - B1	r1	m	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
SOL	Dist Batt Aile AR - B2	r2	m	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
SOL	Distance entre attaches	L	m	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28
SOL	Abscisse Attache AAV B1	x(B1)	m	-0,16	-0,16	-0,16	-0,08	-0,08	-0,08
SOL	Abscisse Attache AAR B2	x(B2)	m	-3,44	-3,44	-3,44	-3,36	-3,36	-3,36
SOL	Ordonnée B1	z(B1)	m	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35
SOL	Ordonnée B2	z(B2)	m	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
SOL	Abscisse bord attaque aile 1	x(A1)	m	0,31	0,31	0,31	0,39	0,39	0,39
SOL	Abscisse bord attaque aile 2	x(A2)	m	-3,21	-3,21	-3,21	-3,13	-3,13	-3,13
SOL	Calage Aile AV au sol	$\omega 1_s$	°	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
SOL	Calage Aile AR au sol	$\omega 2_s$	°	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SOL	Entreplan Horizontal Bdf aile 1 vers Batt aile 2	EH	°	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12
SOL	Entreplan Vertical Bdf aile 1 vers Batt aile 2	EV	m	-0,59	-0,59	-0,59	-0,59	-0,59	-0,59
SOL	Projection x de Corde totale au Sol	CTs	m	4,218	4,218	4,218	4,218	4,218	4,218
SOL	Centrage Sol selon L	xL	sans	-4,9%	-4,9%	-4,9%	-2,3%	-2,3%	-2,3%
SOL	Centrage Sol selon Corde Totale	xs	sans	7,3%	7,3%	7,3%	9,3%	9,3%	9,3%
SOL	Centrage Sol Avion selon Aile Avant	xavs	sans	22,0%	22,0%	22,0%	28,2%	28,2%	28,2%
vol	Projection X de Corde totale en VOL	CTv	m	4,247	4,212	4,190	4,189	4,210	4,247
vol	Centrage selon Corde Totale en Vol	Xv	sans	8,2%	7,2%	7,0%	9,0%	9,2%	10,1%
vol	Centrage Avion selon Aile Avant en VOL	Xav	sans	25,4%	21,7%	20,9%	26,9%	27,8%	31,5%
vol	profil aile avant	profil 1	sans	Naca_43013	Naca_43013	Naca_43013	Naca_43013	Naca_43013	Naca_43013
vol	profil aile arrière	profil 2	sans	Symétrique	Symétrique	Symétrique	Symétrique	Symétrique	Symétrique
vol	Asiette de Vol	Θ_{eq}	°	7,9	-0,7	-2,8	-3,0	-0,9	7,5
vol	Calage Aile Avant en Vol	$\omega 1_v$	°	5,05	5,05	5,00	5,00	5,00	5,00
vol	Calage Aile Ar en Vol	$\omega 2_v$	°	-9,35	-0,90	1,45	2,70	0,70	-6,25
vol	Incidence AV	i1	°	12,9	4,3	2,2	2,0	4,1	12,5
vol	Incidence AR	i2	°	-1,5	-1,6	-1,4	-0,3	-0,2	1,3
vol	interinclinaison i2-i1	δ	°	14,4	6,0	3,6	2,3	4,3	11,3
vol	masse avion	m	kg	400,00	400,00	400,00	400,00	400,00	400,00
vol	masse volumique	ro	kg/m3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
vol	accélération \perp axe de vol	f	m/s2	9,81	9,81	9,81	9,81	9,81	9,81
vol	Force d'inertie = mf	mf	N	3924,00	3924,00	3924,00	3924,00	3924,00	3924,00
vol	pression dynamique	po	N/m2	386	756	989	985	755	386
vol	Traction motrice de vol	Tr	N	440	309	294	285	298	422
vol	Vent relatif	W	km/h	100,1	140,0	160,1	159,8	139,9	100,0
vol	Nombre de reynolds	Re	sans	2 702 942	3 780 346	4 323 570	4 314 953	3 778 056	2 699 577
vol	Coefficient de portance aile avant	Cz1	sans	105,0%	54,5%	41,8%	40,9%	53,2%	102,6%
vol	Coefficient de portance aile arrière	Cz2	sans	-7,5%	-8,4%	-7,2%	-1,5%	-1,0%	6,7%
vol	Coefficient de traînée aile avant	Cx1	sans	11,3%	3,8%	2,7%	2,6%	3,7%	10,8%
vol	Coefficient de traînée aile arrière	Cx2	sans	2,0%	2,0%	2,0%	1,9%	1,9%	2,0%
vol	Sigma (S2 Xp2 / S1 Xp1)	sig	sans	-101,1	-8,5	-7,0	-136,7	58,3	8,0
vol	Coefficient de Charge (Cz1 / Cz2)	k ch	sans	-14,1	-6,5	-5,8	-26,5	-51,7	15,4
vol	Dérivée du moment de tangage M	dM/d Θ	N/°	-104,5	-256,8	-348,9	-292,0	-214,0	-83,6
vol	Moment à l'équilibre	M	N	-0,00104	-0,00117	-0,00133	-0,00168	-0,00013	-0,00197